

УДК 621.9

Музиченко О.Ю., *наук. кер. Равська Н.С., д.т.н., проф.*

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, e-mail: muzichenko.alona@gmail.com

АНАЛІТИЧНІ МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРИ РІЗАННЯ

Теплові явища при механічній обробці матеріалів є складним фізичним процесом, тому для його вивчення використовують різноманітні методи, як експериментальні дослідження так і аналітичні розрахунки. Основним недоліком всіх експериментальних методів є складність, а іноді і неможливість з їх допомогою одержати достовірні результати внаслідок технічних чи економічних проблем. Тому останнім часом широкого застосування набули аналітичні методи визначення температури різання. Вони полягають у тому, що необхідно стосовно кожного із твердих тіл, які приймають участь у процесі, з урахуванням його конкретної форми та умов на граничних поверхнях, вирішувати диференціальне рівняння теплопровідності, яке при умові незмінності теплофізичних характеристик матеріалу, набуде виду (1):

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \omega \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) + v_x \frac{\partial \theta}{\partial x} + v_y \frac{\partial \theta}{\partial y} + v_z \frac{\partial \theta}{\partial z}. \quad (1)$$

де $\omega = \frac{\lambda}{c_p}$ – коефіцієнт температуропровідності середовища.

У вигляді (1) диференціальне рівняння теплопровідності має безліч рішень, тобто може описувати процес поширення тепла в будь-якому твердому тілі. Для того, щоб конкретизувати задачу і вибрати рішення, яке відповідає процесу поширення тепла у випадку, що нас цікавить, до рівняння (1) потрібно приєднати крайові умови, які описують геометричну форму і властивості тіла, граничні і початкові умови.

До числа аналітичних методів рішення диференційного рівняння (1) із заданими крайовими умовами відносять метод Фур'є (метод розділення змінних), операційні методи та метод джерел теплоти [1].

Метод Фур'є - класичний метод розв'язання диференціального рівняння теплопровідності полягає в тому, що знаходиться сукупність окремих рішень, що задовольняють рівнянню (1) і граничним умовам, а далі їх накладання (суперпозиції) для пошуку функції, що нас цікавить. При цьому кожне із цих рішень знаходять, як правило, у вигляді добутку двох функцій, одна з яких залежить лише від часу, а інша – від координат. В технологічній теплофізиці метод Фур'є знайшов досить обмежене застосування через математичні труднощі, які виникають при його використанні.

Операційні методи, зокрема метод інтегрального перетворення Лапласа, застосовують для вирішення деяких задач теплофізики процесів механічної обробки. При цьому визначається не сама функція (оригінал), а її видозміна (зображення), отримана шляхом множення оригіналу на експоненціальну функцію, і інтегрується зображення в певних межах. Після рішення задачі у

зображеннях, знаходження оригіналу, тобто функції, що описує температурне поле, виконується шляхом оберненого перетворення.

Застосування інтегрального перетворення Лапласа до розв'язування рівняння теплопровідності має ряд наступних переваг перед класичними методами інтегрування диференціальних рівнянь і перед деякими іншими методами інтегральних перетворень [2]: 1) процес застосування інтегрального перетворення Лапласа однотипний для задач різного характеру і різних форм тіла, спосіб вирішення є більш прямим, що не вимагає особливого підходу до вирішення кожного нового типу задач; 2) інтегральні перетворення Лапласа дозволяють однаково добре вирішувати завдання при граничних умовах першого, другого, третього і четвертого родів, без застосування будь-яких нових допущень або перетворень; 3) наявність великого числа простих теорем дозволяє отримати найбільш відповідний розв'язок для конкретного типу задач; зокрема, отримувати рішення у формі, зручній для розрахунку при малих і великих значеннях часу.

Інтегральне перетворення Лапласа має свої недоліки. Зокрема, труднощі виникають при вирішенні завдань, коли початкові умови задані у вигляді функції просторових координат, або при вирішенні деяких багатовимірних задач.

Найбільш поширеним у технологічній теплофізиці є метод джерел теплоти. Він являє собою гнучкий, зручний в інженерному застосуванні математичний апарат, який дозволяє описувати теплові явища в різних галузях техніки і технології[4]. За допомогою метода джерел порівняно просто можна написати інтеграл, що задовольняє диференціальне рівняння і крайові умови; подальшою задачею являється обчислення його значення. В класичному і операційних методах важко визначити сам інтеграл, що значно ускладнює задачу.

Головні положення метода джерел теплоти полягають в наступному [1]: 1) джерело або потік будь якої форми, рухомий або нерухомий, діючий тимчасово або постійно, може бути представлений як система точкових миттєвих джерел (потоків) теплоти; 2) процес розподілу теплоти в тілі обмежених розмірів може бути представлений як частина процесу розподілу теплоти в необмеженому тілі шляхом доповнення до фактичних діючих джерел деякої системи фіктивних джерел або потоків.

Аналітичні методи в більшості випадків дають наближені результати, через надзвичайну складність процесу теплообміну при різанні металів. При цьому досить важко математично описати процес без великої кількості допущень і спрощень. Саме тому для отримання більш точних результатів, необхідно порівнювати аналітичні розрахунки з експериментальними даними.

Список використаних джерел:

1. Резников А.Н. Теплофизика процессов механической обработки материалов – М.: Машиностроение, 1981
2. Антонюк В.С., Клименко С. Ан., Клименко С.А. Теплові явища при обробці матеріалів різанням: навч. посіб. – К.: НТУУ «КПІ», 2014
3. Резников А.Н. Температура при резании и охлаждение инструментов - М.: Машгиз, 1963
4. Резников А.Н. Теплофизика резания – М.: Машиностроение, 1969